

<系統與設計>

用二次 B 样条小波进行图像的自适应阈值边缘检测*

張 雪^{1,3}, 肖旺新², 吳 堅¹, 吳 斌¹

(1. 西南科技大学信息与控制工程学院, 四川 绵阳 621002; 2. 东南大学智能运输系统(ITS)研究中心, 江苏 南京 210096;
3. 东南大学计算机科学与工程系, 江苏 南京 210096)

摘要: 根据边缘检测的评价标准, 参照最佳边缘滤波器的设计要求, 确定选择用于边缘检测的小波母函数的一般准则, 并在此基础上构造出二次 B 样条小波, 提出了基于小波变换的自适应阈值图像边缘检测的新方法。通过计算机仿真对该算法进行了验证, 结果明显好于采用固定阈值的小波边缘检测。

关键字: 计算机视觉; 小波变换; 边缘检测; 自适应阈值; 二次 B 样条小波

中图分类号: TN216 文献标识码: A 文章编号: 1001-8891(2003)01-0019-06

引言

图像边缘是分析理解图像的基础, 它是图像中最基本的特征。在 Marr 的计算机视觉系统中^[8], 图像边缘提取占据着重要位置, 它位于系统的最底层, 为其它模块所依赖。图像边缘提取作为计算机视觉领域最经典的研究课题, 长期受到人们的重视。经典的边缘检测方法有 Kirsch、Prewitt、Sobel、Robert、Robins、Marr-Hildreth 边缘检测方法(拉普拉斯-高斯算子即 LOG 算子)和 Canny 最优算子边缘检测方法。近几年来仍有许多学者不断提出新的理论和方法, 学术思想活跃, 这一方面反映了课题本身的重要性, 另一方面也反映了这个课题的深度与难度。

边缘像素实质上是局部图像范围内灰度的急剧变化点(奇异点), 图像边缘就是二维图像中奇异点的集合。反映到频域, 边缘点表现为高频信号, 而图像噪声也多为高频信号, 这使得两者难以区分。边缘检测器的工作既要将高频信号从图像中分离出来, 又要区分边缘与噪声, 准确地标定边缘位置。但目前的算法大多没有很好地解决从局部高频信号中区分噪声与边缘的问题。小波变换的卓越的“时频”局部化分析本领, 为图像边缘提取提供了新的技术途径。该文根据边缘检测的评价标准, 参照最佳边缘滤波器的设计要求^[2], 确定选择用于边缘检测的小波母函数的一般准则。并在此基础上构造出二次 B 样条小波, 提出了基于小波变换的自适应阈值图像边缘检测的新方法。

1 边缘评价指标

为了评估边缘提取效果, 人们提出了形式多样的

评价指标, 其中误检率和定位精度是两个最常用的指标, 也是设计最佳边缘检测滤波器的两个最常用的出发点。边缘的误检率指实际边缘点漏检和标记虚假边缘点等两种错误发生的概率。设原图像 $E(x, y)$ 和滤波后图像 $\hat{E}(x, y)$ 的信噪比为 SNR, 当 SNR 大时, 噪声对边缘检测的干扰小, 真实边缘容易被检测, 噪声引起的虚假边缘点相对减少, 图像边缘的误检率降低; 反之, 当 SNR 小时, 边缘的误检率将升高。由此可见, 图像边缘的误检率是滤波后图像 $\hat{E}(x, y)$ 的信噪比(SNR)单调下降函数, 我们可以用图像 $\hat{E}(x, y)$ 的信噪比(SNR)近似表示图像边缘的误检率。

考虑一维情况。设边缘点 $x=0$ 附近的灰度值的函数为 $G(x)$, 滤波器的脉冲响应为 $f(x)$, 干扰为均值等于零的高斯噪声 $n(x)$, 定义滤波后图像的信噪比为:

$$SNR = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} G(-x)f(x)dx \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx}} \quad (1)$$

式中 n_0 为单位长度内噪声的均方根幅值。设待检测的边缘为阶跃型边缘

$$G(x) = Au(x) = \begin{cases} A, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得阶跃边缘的信噪比:

$$SNR = \frac{A}{n_0} \frac{\left| \int_0^{+\infty} f(x)dx \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx}} = \frac{A}{n_0} \cdot \alpha \quad (3)$$

* 收稿日期: 2002-01-17; 修订日期: 2002-10-20
万方数据

式中: $\frac{A}{n_0}$ 为原图像的信噪比, 其值与滤波器的选择无关; 而

$$\alpha = \frac{\left| \int_0^{+\infty} f(x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx}} \quad (4)$$

是一个仅与滤波器有关的系数, 在原图像信噪比固定的情况下, 它直接决定 SNR 的大小。

定位精度指标的边缘点与实际边缘点的位置偏差的导数。类似的原因, 可将其定义为:

$$Loc = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} G'(-x) f'(x) dx \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}} \quad (5)$$

将式(2)代入式(5)得阶跃边缘的定位精度:

$$Loc = \frac{A}{n_0} \frac{\left| \int f'(0) \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}} \quad (6)$$

式中:

$$\beta = \frac{\left| \int f'(0) \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}} \quad (7)$$

也是一个决定于图像滤波器的系数。

式(4)和(7)表明, 在原图像信噪比固定的情况下, 边缘的检测效果仅决定于所选择的边缘检测滤波器。

2 尺度对性能指标的影响

设 $f(x)$ 尺度为 s 时的尺度函数为:

$$f_s(x) = f\left(\frac{x}{s}\right), \quad s > 0 \quad (8)$$

将式(8)代入式(4)和式(7)得:

$$\alpha_s = \frac{\left| \int_0^{+\infty} f_s(x) dx \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f_s^2(x) dx}} = \frac{\left| \int_0^{+\infty} f\left(\frac{x}{s}\right) d\left(\frac{x}{s}\right) \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2\left(\frac{x}{s}\right) d\left(\frac{x}{s}\right)}} = \sqrt{s} \cdot \alpha \quad (9)$$

$$\beta_s = \frac{\left| f'_s(0) \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2_s(x) dx}} = \frac{1}{\sqrt{s}} \frac{\left| f'(0) \right|}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2\left(\frac{x}{s}\right) d\left(\frac{x}{s}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{s}} \cdot \beta \quad (10)$$

这表明: 随着尺度的增大, 图像变得更加平滑, 以高频为主的噪声受到更高的抑制, 输出图像的信噪比提高。但另一方面, 尺度的增大, 图像的平滑度加深, 图像边缘也因平滑变粗, 因此定位精度降低; 反之, 当尺度 s 变小时, 滤波后的图像的信噪比降低, 检测出的图像边缘的可靠性也随着下降, 但是边缘的定位精度却升高。

根据以上的分析, 可设计一种有效的边缘提取算法: 用大尺度的滤波器去抑制原图像的噪声, 可靠地识别噪声; 而用小尺度滤波器为图像边缘精确定位。这就是常说的多尺度边缘提取算法。多尺度的图像边缘检测方法已成为图像边缘检测的重要发展方向^[4]。

3 选取边缘检测小波基的一般准则

边缘在图像中表现为灰度值的突变, 表现为高频信号; 而在实际图像中占主导地位的一般是“直流”分量低频信号。为了提高边缘检测质量, 有:

准则一: 作为图像边缘检测滤波器, 边缘检测小波应是高通(或带通)滤波器, 它对“直流”分量的滤波响应为零, 对低频分量的响应受到抑制。

将滤波器的脉冲响应函数分解为奇对称和偶对称两部分:

$$f(x) = f_{\text{odd}}(x) + f_{\text{even}}(x) \quad (11)$$

其中: $f_{\text{odd}}(-x) = -f_{\text{odd}}(x)$, $f_{\text{even}}(-x) = f_{\text{even}}(x)$ 。阶跃边缘函数 $G(x)$ 可认为是一奇函数, 将式(11)代入式(1)和式(5)得到:

$$SNR = \frac{\left| 2 \int_0^{+\infty} G(-x) f_{\text{odd}}(x) dx \right|}{n_0 \sqrt{2 \int_0^{+\infty} f_{\text{odd}}^2(x) dx + 2 \int_0^{+\infty} f_{\text{even}}^2(x) dx}} \quad (12)$$

$$Loc = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} G'(-x) f'(x) dx \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x) dx}} = \frac{\left| 2 \int_0^{+\infty} G'(-x) f'_{\text{odd}}(x) dx \right|}{n_0 \sqrt{2 \int_0^{+\infty} f'^2_{\text{odd}}(x) dx + 2 \int_0^{+\infty} f'^2_{\text{even}}(x) dx}} \quad (13)$$

上两式表明:当边缘信号函数为奇函数时,滤波器的脉冲响应的偶函数分量仅起着降低边缘检测质量的作用;同样可证明,当边缘信号函数为偶函数时,滤波器的脉冲响应的奇函数分量也仅起着降低边缘检测质量的作用。由此,我们得到选择小波基的另一个准则:

准则二:小波基函数应与被检测边缘函数的奇偶对称性一致,检测阶跃边缘的小波应是奇函数。

图像边缘点的灰度突变指的是局部范围内图像灰度有较大的起落。每一个孤立的边缘点都是图像的一个局部特性。上面提到的阶跃边缘点对应于图像灰度变化函数的一次导数的极值点和二次导数的过零点都是针对图像局部范围来说的。为了检测图像灰度的这种局部变化,有:

准则三:图像边缘检测小波应是一个窗口函数,最好是紧支窗口函数。

准则一事实上就是一个函数称为小波函数的必要条件,当我们选择小波函数作为图像边缘检测滤波器时,这一点自然满足。根据上述准则,我们选择的用于检测阶跃边缘的小波基应是一个紧支的奇函数小波。

4 “最佳”边缘检测小波

假设待检测的边缘是阶跃型,为了使式(1)定义的信噪比和式(5)定义的定位精度达到最佳,Canny 在附加边缘点响应次数限制的约束下设计了最佳图像边缘检测滤波器^[2],它是 4 个指数函数的线性组合,使用不便。在实际应用中可用高斯函数的一阶微分:

$$f(x) = -\frac{x}{\sigma^2} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2}) \quad (14)$$

来近似最佳图像边缘检测滤波器。Canny“最佳”边缘检测其实质就是用一窗口函数(Gauss 函数)对原信号进行平滑滤波抑制噪声,而后用微分算子提取边缘。

Canny 算子是在边缘误检率低,定位精度高的指标下的“最佳”边缘检测滤波器,其实际应用效果在各种“最佳”边缘检测滤波器中也是相当突出的。在边缘误检率低,定位精度高的指标下的“最佳”边缘检测小波 $\psi(x)$,应是奇对称的紧支小波,其波形与 Canny 算子足够逼近。根据文献[3]对 B 样条小波的定义以及文献[9]和[10],用 B 样条函数逼近,整形后得紧支二次样条小波:

$$\begin{aligned} \psi(x) = & 8[(x+1)^2u(x+1) - \\ & 4(x+\frac{1}{2})^2u(x+\frac{1}{2}) + x^2u(x) - \\ & 4(x-\frac{1}{2})^2u(x-\frac{1}{2}) + (x-1)^2u(x-1)] \end{aligned} \quad (15)$$

其波形如图 1(a)所示。这个波形图与 $\sigma=1/3$ 的 Canny 算子的波形非常相似,仅在振幅上相差一个常数因子。 $\psi(x)$ 是一个奇对称的紧支小波函数,与 Canny 算子一样,它也可看成是一个偶对称的平滑函数 $\theta(x)$ 的一阶微分:

$$\psi(x) = \frac{d}{dx}\theta(x) \quad (16)$$

其中 $\theta(x)$ 如式(17)所示,它是一个对称函数,其波形如图 1(b)所示。

$$\begin{aligned} \theta(x) = & \frac{8}{3}[(x+1)^3u(x+1) - \\ & 4(x+\frac{1}{2})^3u(x+\frac{1}{2}) + 6x^3u(x) - \\ & 4(x-\frac{1}{2})^3u(x-\frac{1}{2}) + (x-1)^3u(x-1)] \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)就是我们选定的边缘的误检率和定位精度达到“最优”的小波基母函数。进一步可确定 $\psi(x)$ 相应的尺度函数 $\varphi(x)$,其波形如图 1(c)所示。

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & \frac{1}{2}[(x+\frac{3}{2})^2u(x+\frac{3}{2}) - \\ & 3(x+\frac{1}{2})^2u(x+\frac{1}{2}) + \\ & 3(x-\frac{1}{2})^2u(x-\frac{1}{2}) - (x-\frac{3}{2})^2u(x-\frac{3}{2})] \end{aligned} \quad (18)$$

5 小波变换多尺度自适应阈值边缘检测

取一个二维光滑函数 $\theta(x, y)$,它满足以下条件:

$$\begin{cases} \theta(x, y) > 0 \\ \iint_{R^2} \theta(x, y) dx dy = C \end{cases} \quad (19)$$

相应地可求得它的偏微分:

$$\psi^1(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x}, \psi^2(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \quad (20)$$

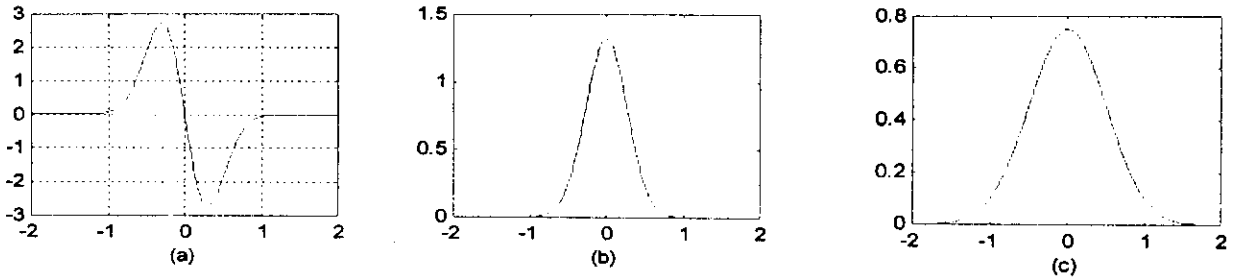
可以证明 $\psi^1(x, y)$ 和 $\psi^2(x, y)$ 满足二进小波完备性和稳定性条件,可以作为二维小波变换的小波基母函数^[6]。记:

$$\theta_{2^j}^1(x, y) = \frac{1}{2^{2j}}\theta(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j}),$$

$$\psi_{2^j}^1(x, y) = \frac{1}{2^{2j}}\psi^1(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j}),$$

$$\psi_{2^j}^2(x, y) = \frac{1}{2^{2j}}\psi^2(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j})$$

定义二维信号(图像) $f(x, y) \in L^2(R^2)$ 的二进小波变换如下:



(a) $\phi(x)$ 的波形图; (b) $\theta(x)$ 的波形图; (c) $\varphi(x)$ 的波形图

图 1 $\phi(x), \theta(x), \varphi(x)$ 的波形图 Fig. 1 Waveforms of $\phi(x), \theta(x), \varphi(x)$

$$\begin{cases} W_{2^j}^1 f(x, y) = f * \phi_{2^j}^1 f(x, y) \\ W_{2^j}^2 f(x, y) = f * \phi_{2^j}^2 f(x, y) \end{cases} \quad (21)$$

重写为矢量形式:

$$\begin{bmatrix} W_{2^j}^1 f(x, y) \\ W_{2^j}^2 f(x, y) \end{bmatrix} = 2^j \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_{2^j})(x, y) \\ \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_{2^j})(x, y) \end{bmatrix} = 2^j \nabla (f * \theta_{2^j})(x, y) \quad (22)$$

上式清楚地表明: $f(x, y)$ 二维二进小波变换实际上就是 $f(x, y)$ 经 $\theta_{2^j}(x, y)$ 光滑后的全微分。定义像素点 (x, y) 处的小波变换模为:

$$M_{2^j} f(x, y) = \sqrt{|W_{2^j}^1 f(x, y)|^2 + |W_{2^j}^2 f(x, y)|^2} \quad (23)$$

幅角为:

$$A_{2^j} f(x, y) = \arg(W_{2^j}^1 f(x, y) + iW_{2^j}^2 f(x, y)), i = \sqrt{-1} \quad (24)$$

用小波多尺度自适应阈值方法进行边缘检测的框图如图 2 所示。首先对原图像 $f(x, y)$ 进行小波变换, 生成模图像族 $M_{2^j} f(x, y)$ 和相角图像族 $A_{2^j} f(x, y)$ 。在每一尺度, 通过检测沿相角方向的小波变换模的局部极大值点得到可能的边缘图像 $P_{2^j}(x, y)$ 。为了除去由噪声引起的虚假边缘, 需设置一阈值。对整幅图像若采用同一个阈值, 则在除去噪声的同时, 图像中的微弱边缘也会被除去, 将影响检测效果。该文按如下方法确定阈值: 采用 32×32 的窗口, 对可能的边缘图像 $P_{2^j}(x, y)$ 进行扫描, 由窗口内的小波变换系数求出阈值, 计算公式如下:

$$T = T_0 + \alpha_0 \times \sum_{i,j} c_{i,j} \quad (28)$$

其中, T 是阈值, T_0 是初始值, $c_{i,j}$ 是与当前窗口相对应的小波系数, α_0 是一比例系数, 用以决定与当前窗口相对应的小波系数对阈值的影响程度, T_0, α_0 的值可根据实际情况调整。应用上述算法进行图像边缘检测, 结果如图 3, 图 4, 图 5, 图 6 所示。图 3 为原图像, 万方数据

图 4, 图 5, 图 6 分别为用该文介绍的小波检测法得到的一尺度, 二尺度, 三尺度图像。图 7, 图 8, 图 9 分别为采用固定阈值的小波检测法得到的一尺度, 二尺度, 三尺度图像。

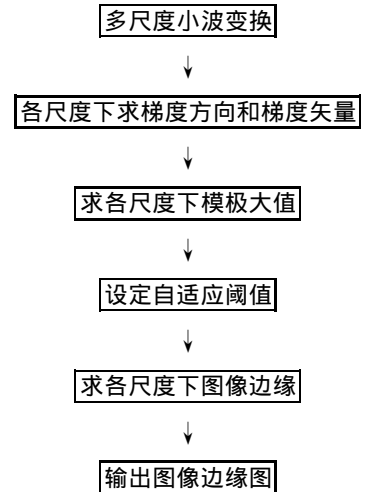


图 2 小波多尺度边缘检测框图

Fig. 2 Diagram of edge detection based on multi-scale wavelet

6 结束语

该文根据边缘检测的评价标准, 参照最佳边缘滤波器的设计要求, 受 Canny 算子的启发, 确定选择用于边缘检测的小波母函数的一般准则, 并在此基础上构造出二次 B 样条小波, 采用基于小波变换的自适应阈值图像边缘检测方法对图像边缘进行检测, 并用实例对算法进行了验证。通过与采用固定阈值的小波边缘检测方法的对比, 证明该文所用方法的有效性。利用图像边缘和噪声的小波变换模值和方向在不同尺度或同一尺度下呈现不同特性的特点, 该文方法具有一定的消噪能力, 较传统方法具有更高的抗噪能力。采用自适应阈值, 在消噪的同时, 能较好的保留微弱边缘, 对强弱边缘同时存在的图像, 有较好的适应能力。同时, 该文算法较简单, 容易实现, 由于样条小波是紧



图 3 原图像
Fig. 3 Original image



图 6 三尺度边缘图像(自适应阈值)
Fig. 6 Three scale edge image(using adaptive threshold)



图 4 一尺度边缘图像(自适应阈值)
Fig. 4 One scale edge image(using adaptive threshold)



图 7 一尺度边缘图像(固定阈值)
Fig. 7 One scale edge image(using fixed threshold)



图 5 二尺度边缘图像(自适应阈值)
Fig. 5 Two scale edge image(using adaptive threshold)



图 8 二尺度边缘图像(固定阈值)
Fig. 8 Two scale edge image(using fixed threshold)



图 9 三尺度边缘图像(固定阈值)

Fig. 9 Three scale edge image(using fixed threshold)

支撑的, 计算量小, 时间复杂度较低, 检测结果也较好。在该文算法的基础上, 可进一步采用信息融合的方法, 对小波变换的多尺度信息进行融合, 以求得到更好的检测结果。

参 考 文 献

[1] Peli T. A Study of Edge Detection Algorithm[J]. *Comput Graph Image Proc.*, 1982, **20**(1):1~21.

[2] Canny J. A Computational Approach to Edge Detection[J]. *IEEE Trans.*, PAMI, 1986. **8**(6):679~698.

[3] Chui C K. An Introduction to Wavelets[M]. Boston: Academic Press, 1992.

[4] Mallat S G, Zhong S. Characterization of Signal from Multiscales Edges[J]. *IEEE Trans.*, PAMI, 1992. **14**(7):701~732.

[5] 秦前清, 杨中凯. 实用小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1994.

[6] 程正兴. 小波分析算法与应用[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.

[7] Daubechies. Ten lectures on wavelets[M], CBMS-NSF, Series in App. Math, SLAM, 1991.

[8] Marr D and Hildrety E. Theory of edge detection[J], Proc. of the Royal society of London, 1980. **207**:187~217.

[9] Unser M., Aldroubi A. and Eden M., B-spline Signal Processing: Part I-Theory[J], *IEEE Trans. On SP*, Vol. 41, 1993. (2): 821~833.

[10] Unser M., Aldroubi A. and Eden M., B-spline Signal Processing: Part II-Efficient Design and Application[J], *IEEE Trans. On SP*, 1993. **41**(2):834~848.

[11] 王晓丹等. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——图像处理[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000. 9.

[12] 胡昌华等. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999. 12.

作者简介: 张雪, 女, 1975 年出生, 籍贯: 河南省新乡市; 曾为西南科技大学信息与控制工程学院硕士, 研究方向: 计算机图像处理与识别, 小波分析理论及应用。现为东南大学计算机科学与工程系在读博士。

Adaptive Thresholds Edge Detection for Image Based on Wavelet Transform

ZHANG Xue^[1,3], XIAO Wang-xin^[2], WU Jian^[1], WU Bin^[1]

- (1. Southwest University of Science and Technology, SiChuan MianYang 621002, China;
2. Southeast University, JiangSu NanJing 210096, China;
3. Southeast University, JiangSu NanJing 210096, China)

Abstract: According to the meteyard of edge detection and consulting the design-aim of optimal edge-filter, this paper discussed the general rules selecting the mother function of wavelet used in edge detection, then constructed a quadric B-spline wavelet and presented a method of adaptive thresholds edge detection for image based on wavelet transform. The algorithm was validated using computer emulation, and the result was better than that using fixed thresholds.

Key words: computer vision, wavelet transform, edge detection, adaptive thresholds, quadric B-spline wavelet